

QUESTION 1**(10 points)**

Dans un oscillateur forcé, calculer la valeur de l'amortissement relatif (η) si la phase φ est 45 degrés pour la fréquence d'excitation à laquelle nous trouvons un facteur d'amplification dynamique maximal (μ_{max}).

QUESTION 2**(20 points)**

Considérer les 4 systèmes (a,b,c,d) de la Figure 2.1. Pour chacun des paramètres listés ci-dessous, classer les 4 systèmes dans l'ordre croissant (de la plus petite valeur à la plus grande) :

- i) La pulsation propre du système (ω_0)
- ii) L'amortissement relatif (η)
- iii) Le quasi-période dans le cas libre, en considérant que, dans tous les cas, $\eta \ll 1$
- iv) La fréquence à laquelle l'on trouve l'accélération maximale.

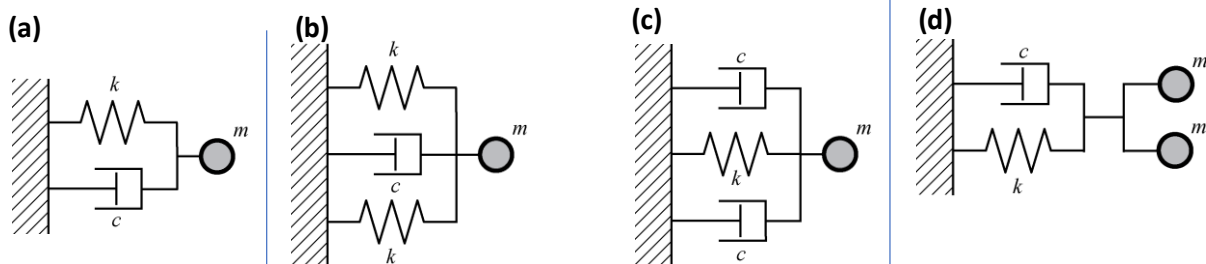


Figure 2.1 | Schémas pour les 4 systèmes

QUESTION 3**(30 points)**

Sur un oscillateur élémentaire, avec raideur k , masse m et coefficient d'amortissement c , on applique une force périodique comme montrée à la Figure 3.1, ayant la formule :

$$f(t) = 2\sin(2\omega t)\sin(\omega t) + \frac{1}{2}\cos(5\omega t)$$

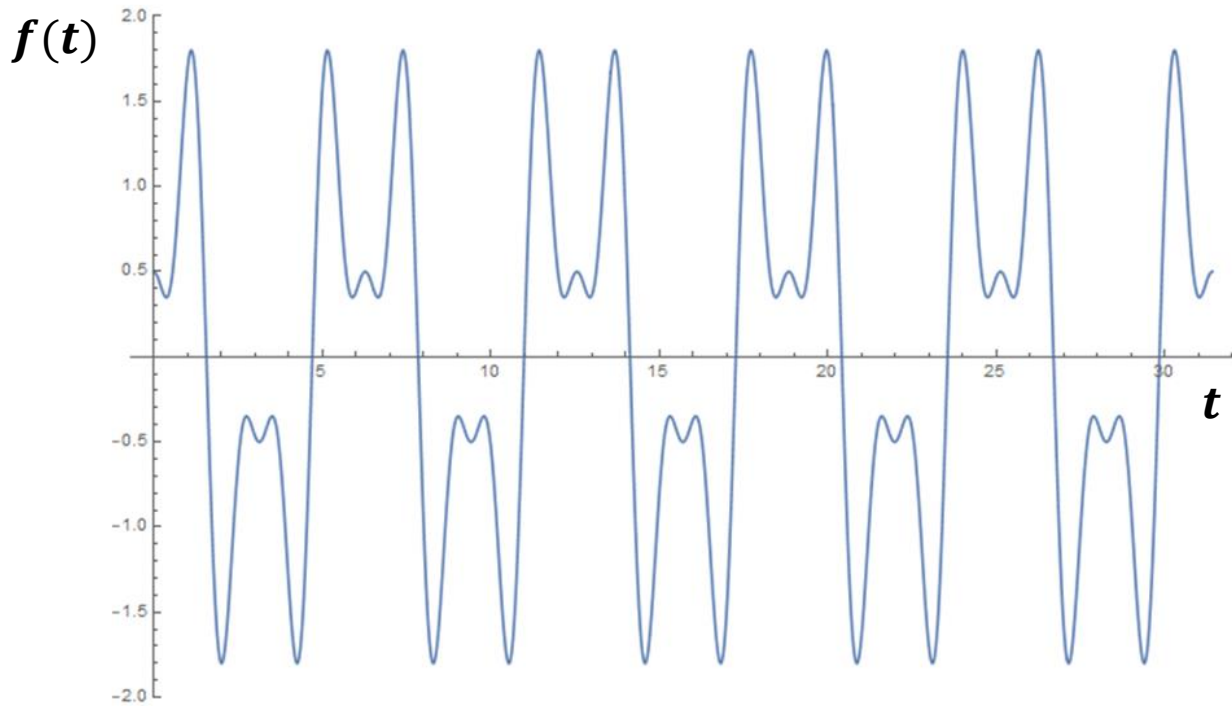


Figure 3.1 | Force périodique appliqué au système

- i) Décomposer la force $f(t)$ selon ses harmoniques, en calculant F_n et ψ_n (5 pts)
- ii) Calculer les harmoniques du déplacement, avec X_n et φ_n , en fonction des paramètres du système. (10 pts)
- iii) Si $\omega = \frac{\omega_0}{5}$, pour quelle plage de valeurs de η est-ce que l'amplitude du cinquième harmonique (terme à la fréquence $5\omega t$) est plus large que toutes les autres harmoniques ? (15 pts)
- iv) Calculer la fréquence d'excitation ω telle que les amplitudes du premier et troisième harmoniques soient égales. (5 pts)
- v) Calculer la fréquence d'excitation ω telle que la vitesse du troisième harmonique soit $6/5$ de celle du cinquième harmonique. (10 pts)

Formulas d'aide :

$$\sin(A)\sin(B) = \frac{\cos(A-B) - \cos(A+B)}{2}$$

$$\cos(A)\cos(B) = \frac{\cos(A+B) + \cos(A-B)}{2}$$

$$\sin(A)\cos(B) = \frac{\sin(A+B) + \sin(A-B)}{2}$$

$$\cos(A)\sin(B) = \frac{\sin(A+B) - \sin(A-B)}{2}$$

QUESTION 4**(40 points)**

Le système de la Figure 4.1 se compose d'un ressort de constante k , d'un amortisseur de coefficient c , ainsi que d'une barre de masse m et longueur L avec une rigidité infinie. On suppose que les angles de rotation θ sont toujours petits.

- i) Dessiner le diagramme des forces, en marquant clairement la direction et le sens des axes et des angles. (2 pts)
- ii) Déterminer l'angle de rotation θ_0 à la position d'équilibre. (3pts)
- iii) Déterminer la pulsation propre (ω_0) et l'amortissement relatif (η). (15 pts)
- iv) Trouver le ratio entre les coefficients c^2 et km tel que la quasi-période du système soit $T_1 = \frac{T_0}{0.8}$ (10 pts)
- v) Si l'on suppose qu'une masse additionnelle M est placée sur la barre, en son centre, soit à une distance égale du ressort et de l'amortisseur, réécrire l'équation du mouvement et calculer la nouvelle pulsation propre du système. (10 pts)

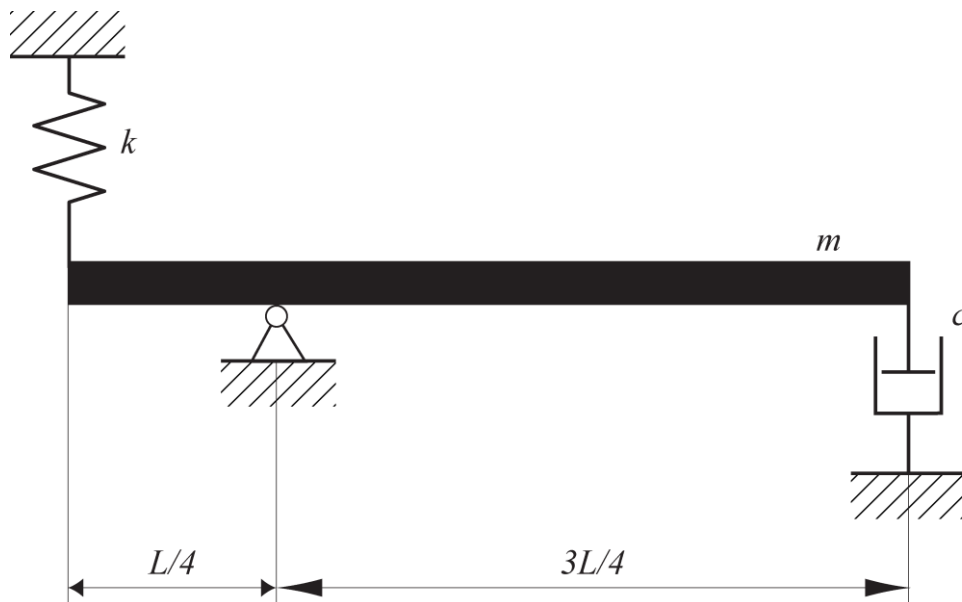


Figure 4.1 | Schéma du système, avec la barre de rigidité infinie, le ressort et l'amortisseur.